open green road

Guía Matemática

FRACCIONES ALGEBRAICAS

profesor: Nicolás Melgarejo

puntaje nacional.cl

1. Introducción

El manejo algebraico es una herramienta básica que nos permite comunicar ideas en el ambiente científico sin importar la lengua que ellos manejen. Aprender a leer, escribir y operar con álgebra es el símil a aprender a leer y escribir la lengua materna para comunicarnos con nuestros pares. En esta oportunidad abordaremos la relación entre la operatoria con fracciones y la operatoria con expresiones fraccionarias; la resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números; expresiones algebraicas fraccionarias simples, (con binomios o productos notables en el numerador y en el denominador); y la simplificación, multiplicación y adición de expresiones algebraicas fraccionarias simples.

2. Expresiones algebraicas fraccionarias

Se denominan expresiones algebraicas **fraccionarias** o fracciones algebraicas al cociente entre dos expresiones algebraicas. La más simple de todas las fracciones algebraicas puede ser $\frac{a}{b}$ donde a es el numerador y b el denominador distinto de cero.

Todas las propiedades de la aritmética se heredan en las fracciones algebraicas pero de manera genérica. Una de las cosas básicas que debemos tener en cuenta es que toda expresión algebraica puede escribirse como una fracción algebraica de denominador 1. Por ejemplo, $3x^2 - 2x + 1$ puede escribirse como:

$$\frac{3x^2 - 2x + 1}{1}$$

A esta expresión algebraica se le denomina **entera** por carecer de denominador literal. Otros ejemplos de expresiones algebraicas enteras son:

$$x + y, \quad \frac{1}{2}a^2 + \frac{4}{3}b^2, \quad x^3 \quad \text{y} \quad \frac{x^3 + bx + c}{15}$$

Otro tipo de expresión algebraica al que nos podemos enfrentar es aquella que se compone de una parte entera y otra fraccionaria. Por lo mismo en varios textos se les llama **mixtas**. Algunos ejemplos son:

$$x + \frac{y}{z}, \quad \frac{x}{x^2 - 1} + y^2 - 1 \quad \text{y} \quad \frac{1}{2}a - \frac{5}{1 - a}$$

2.1. Principios básicos

Como dijimos anteriormente, las propiedades de las fracciones algebraicas se heredan de la aritmética. Sobre las multiplicaciones y divisiones de los numeradores y denominadores podemos resumir lo siguiente:

- La división de dos expresiones algebraicas es igual a la multiplicación del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. Por ejemplo:

$$3x + 2y \div (x^2 - 1) = (3x + 2y) \cdot \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{3x + 2y}{x^2 - 1}$$

- Si multiplicamos o dividimos el **numerador** de una fracción algebraica, entonces la fracción queda multiplicada o dividida por dicha cantidad respectivamente. Por ejemplo, si consideramos la fracción

$\frac{1}{y}$ y multiplicamos su numerador por $3z$ es lo mismo que multiplicar la fracción $\frac{1}{y}$ por $3z$:

$$\frac{1 \cdot 3z}{y} = 3z\frac{1}{y}$$

Otro ejemplo, si consideramos la fracción $\frac{x}{z^2-4}$ y dividimos su numerador por y^2 es lo mismo que dividir la fracción $\frac{x}{z^2-4}$ por y^2:

$$\frac{x \div y^2}{z^2-4} = \frac{x}{z^2-4} \div y^2$$

- Si multiplicamos o dividimos el **denominador** de una fracción algebraica, entonces la fracción queda dividida o multiplicada por dicha cantidad respectivamente. Por ejemplo, si consideramos la fracción $\frac{1}{y}$ y multiplicamos su denominador por x^2 es lo mismo que dividir la fracción $\frac{1}{y}$ por x^2:

$$\frac{1}{y \cdot x^2} = \frac{1}{y} \div x^2$$

Otro ejemplo, si consideramos la fracción $\frac{y^2}{(z^2-4)}$ y dividimos su denominador por x^2 es lo mismo que multiplicar la fracción $\frac{y^2}{(z^2-4)}$ por x^2:

$$\frac{y^2}{(z^2-4) \div x^2} = \frac{y^2}{z^2-4} \cdot x^2$$

2.2. Signos en las fracciones algebraicas

Algo que causa bastantes dificultades entre los estudiantes son los signos en las fracciones algebraicas. Esto se puede deber a que existen 3 elementos que tienen signo: numerador, denominador y la fracción. Algunos ejemplos

- $\frac{a}{b}$
- $\frac{a}{-b}$
- $-\frac{a}{b}$
- $-\frac{-a}{-b}$
- $\frac{-a}{b}$
- $\frac{-a}{-b}$
- $-\frac{-a}{b}$
- $-\frac{a}{-b}$

Hay ciertos cambios que podemos hacer en los signos de una fracción algebraica sin alterar con ello su valor. Lo importante es mantener el signo general de la fracción tomando en cuenta las reglas de los signos al multiplicar y dividir números que ya hemos abordado en otra oportunidad.

Llamemos x al cociente de dividir a con b. El cociente lo podemos escribir como una fracción $\frac{a}{b}$, por lo tanto es correcto decir que:

$$\frac{a}{b} = x$$

Y también por la regla de los signos:

$$\frac{-a}{-b} = x$$

O también podemos concluir que:

$$\frac{-a}{b} = -x$$

$$\frac{a}{-b} = -x$$

Otra afirmación válida es:

$$-\frac{-a}{b} = x$$

$$-\frac{a}{-b} = x$$

Resumiendo podemos hacer las siguientes equivalencias:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}}$$

3. Simplificación de fracciones

Cuando hablamos de simplificar una expresión fraccionaria nos referimos a reescribirla en una forma más compacta pero sin cambiar su valor. En el caso de las fracciones algebraicas lo que se busca es que el numerador y denominador sean primos entre sí[1]. A las fracciones con ésta característica se les llama **irreductible** y es la forma más simple para poder expresarlas.

3.1. Simplificación de monomios

Recordemos que la fracción es una forma de representar una división y por lo tanto, todo lo que sabemos sobre división es válido en este contexto. En particular recordemos las propiedades de las potencias y la descomposición prima de los números con el siguiente ejemplo:

✎ ***Ejemplo***

1. *Simplificar* $\dfrac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4}$

   Solución: La idea es realizar las mismas operaciones en el numerador y denominador, y usar las propiedades de las potencias de igual base que se dividen. El primer paso será simplificar 9 y 24 por 3 y luego restamos los exponentes de las potencias con igual base.

$$\begin{aligned} \frac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4} &= \frac{3x^2y^3}{8a^2x^3y^4} \\ &= \frac{3x^{2-3}y^{3-4}}{8a^2} \\ &= \frac{3x^{-1}y^{-1}}{8a^2} \\ &= \frac{3}{8a^2xy} \end{aligned}$$

   Otra manera de proceder, sin olvidar el fundamento detrás de ello, es "cancelar" las potencias que tienen igual base. De esta manera decimos que "x^2 se cancela con el x^3 del denominador y nos queda

[1] Dos números son primos entre sí cuando el MCD entre ellos es igual a 1.

sólo una x en el denominador". Así mismo decimos que "y^3 se cancela con el y^4 del denominador y nos queda sólo una y en el denominador". No es el lenguaje matemático correcto pero nos sirve para mecanizar algunos procedimientos y ahorrarnos algunos pasos, sin embargo no debemos olvidar nunca el fundamento detrás de ello ya que al hacerlo estaremos corriendo el riesgo de cometer errores de procedimiento.

2. Reducir $\dfrac{30x^6y^2}{45a^3x^4y^3}$ a la expresión más simple.

   Solución:

$$\begin{aligned}\frac{30x^6y^2}{45a^3x^4y^3} &= \frac{2x^6y^2}{3a^3x^4y^3}\\ &= \frac{2x^2y^2}{3a^3y^3}\\ &= \frac{2x^2}{3a^3y}\end{aligned}$$

✍ ***Ejercicios*** **1**

Escribe cada fracción algebraica en su forma más simplificada

1. $\dfrac{x^2}{xa^3}$
2. $\dfrac{2a^4}{12a^5}$
3. $\dfrac{15x^3y^5}{25axy}$
4. $\dfrac{18m^2n^4}{34m^3n^4p}$
5. $\dfrac{8^5n^4x^2}{24mn^2x^3}$
6. $\dfrac{21x^6y^5z^4w^3}{63x^4z^3w^2}$

3.2. Simplificación de polinomios

La única manera de suprimir términos entre el numerador y denominador es cuando todos los términos se están multiplicando. Por lo tanto, para simplificar los polinomios en una fracción algebraica debemos descomponerlos en sus factores y, luego de ello, podremos suprimir los factores comunes entre numerador y denominador. Veamos un ejemplo:

✎ ***Ejemplo***

1. *Simplificar la fracción* $\dfrac{ab}{3a^2b-3ab^2}$

   Solución: No podemos simplificar la fracción inmediatamente porque en el denominador hay dos términos que se suman, por lo tanto, debemos reescribir el denominador como producto de sus factores comunes.

$$\begin{aligned}\frac{ab}{3a^2b-3ab^2} &= \frac{ab}{3ab(a-b)}\\ &= \frac{1}{3(a-b)}\end{aligned}$$

2. *Reducir a su forma más simple la expresión* $\dfrac{15a^2bn - 45a^2bm}{10a^2b^2n - 30a^2b^2m}$

Solución:

$$\begin{aligned}\frac{15a^2bn - 45a^2bm}{10a^2b^2n - 30a^2b^2m} &= \frac{15a^2b(n-3m)}{10a^2b^2(n-3m)}\\ &= \frac{15a^2b}{10a^2b^2}\\ &= \frac{3}{2b}\end{aligned}$$

Recuerda que cuando en el denominador hay una suma de términos no podemos simplificar. Sólo se puede hacer cuando las expresiones están factorizadas.

No podemos olvidar que en algunos casos los polinomios pueden factorizarse como productos notables. Veamos el siguiente caso.

✎ *Ejemplo*

Simplificar $\dfrac{a^2 - 2ab + b^2}{4a^2 - 4ba}$

Solución: Notar que el numerador es un cuadrado de binomio de $a - b$ y el denominador lo podemos factorizar por $4a$.

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4a^2 - 4ba} &= \frac{(a-b)^2}{4a(a-b)}\\ &= \frac{(a-b)(a-b)}{4a(a-b)}\\ &= \frac{a-b}{4a}\end{aligned}$$

✍ *Ejercicios* *2*

Escribe las fracciones en su forma irreducible.

1. $\dfrac{12ab}{4a^2x + 4a^3}$
2. $\dfrac{m^2 - 2m - 3}{m - 3}$
3. $\dfrac{10x^2y^3z}{80(x^2 - x^2y)}$
4. $\dfrac{x^2 - y^2}{x + y}$
5. $\dfrac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$
6. $\dfrac{m^2 + n^2}{m^4 - n^2}$

7. $\dfrac{6x^2-6+5x}{15x^2-7x-2}$

8. $\dfrac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$

9. $\dfrac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2}$

10. $\dfrac{8x^4-xy^3}{4x^4-4x^3y+x^2y^2}$

11. $\dfrac{4a^2-(x-3)^2}{(2a+x)^2-9}$

12. $\dfrac{m-am+n-an}{1-3a+3a^2-a^3}$

13. $\dfrac{x^2-x^3-1-x}{x^2+1-x^3-x}$

4. Operación con fracciones algebraicas

Los pasos recomendados para sumar o restar fracciones son los mismos que en la aritmética:

- Simplificar las fracciones en la medida de lo posible.
- Identificar el mínimo común denominador.
- Amplificar las fracciones para que tengan el mismo denominador.
- Efectuar las multiplicaciones.
- Sumar los términos en el numerador y denominador.
- Reducir términos semejantes en el numerador.
- Si es necesario, simplificar nuevamente.

4.1. Adición

Para entender cómo sumar expresiones algebraicas fraccionarias veamos el siguiente ejemplo:

✎ ***Ejemplo***

Simplificar $\dfrac{2}{5a^2}+\dfrac{1}{3ab}$

Solución: Entre $5a^2$ y $3ab$ debemos encontrar el mínimo común denominador. Primero buscamos el MCM entre los coeficientes 3 y 5 que es 15. En segundo lugar vemos entre a^2 y ab cuál es el MCM. Notar que el MCM es el que tiene todos los factores de los dos términos elevados a las **máximas potencias** a las que aparecen. Entonces el MCM será:

$$15a^2b$$

Notar que esta expresión es divisible por $5a^2$ y $3ab$. Como tercer paso debemos ver **¿por cuánto debemos amplificar cada fracción?** para que su denominador sea $15a^2b$.
La primera fracción la debemos amplificar por $3b$, ya que $3b\cdot 5a^2 = 15a^2b$ y la segunda fracción la debemos ampliar por $5a$, ya que $5a\cdot 3ab = 15a^2b$. Entonces el problema queda escrito como:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5a^2}+\frac{1}{3ab} &= \frac{3b}{3b}\times\frac{2}{5a^2}+\frac{5a}{5a}\times\frac{1}{3ab}\\ &= \frac{6b}{15a^2b}+\frac{5a}{15a^2b}\\ &= \frac{6b+5a}{15a^2b}\end{aligned}$$

A veces encontrar el mínimo común denominador es un poco más complejo, para estos casos es recomendable factorizar cada denominador para identificar los factores comunes.

El mínimo común denominador contiene a todos los múltiplos diferentes de los denominadores de cada sumando elevados a las máximas potencias que aparecen.

Veamos otro ejemplo:

✎ ***Ejemplo***

Simplifica la siguiente adición $\dfrac{1}{5x+5}+\dfrac{1}{2x-2}+\dfrac{1}{x^2-1}$

Solución: Factorizamos los denominadores

$$\frac{1}{5(x+1)}+\frac{1}{2(x-1)}+\frac{1}{(x+1)(x-1)}$$

El mínimo común denominador contiene a todos los múltiplos diferentes: 5, 2, $(x-1)$ y $(x+1)$. Entonces el denominador buscado es:

$$10(x-1)(x+1)$$

Ahora amplificamos cada fracción por el factor que nos permite obtener el mínimo común denominador.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{5(x+1)}+\frac{1}{2(x-1)}+\frac{1}{(x+1)(x-1)} &= \frac{2(x-1)}{2(x-1)}\times\frac{1}{5(x+1)}+\frac{5(x+1)}{5(x+1)}\times\frac{1}{2(x-1)}+\frac{10}{10}\times\frac{1}{(x+1)(x-1)}\\
&= \frac{2(x-1)}{10(x+1)(x-1)}+\frac{5(x+1)}{10(x+1)(x-1)}+\frac{10}{10(x+1)(x-1)}\\
&= \frac{2(x-1)+5(x+1)+10}{10(x+1)(x-1)}\\
&= \frac{2x-2+5x+5+10}{10(x+1)(x-1)}\\
&= \frac{7x+13}{10(x+1)(x-1)}\\
&= \frac{7x+13}{10(x^2-1)}
\end{aligned}$$

4.2. Sustracción

Para realizar una sustracción hacemos los mimos pasos descritos en el caso de la adición, pero ahora debemos considerar el signo de resta como el signo de la fracción. Para entender este caso veamos el siguiente ejemplo:

✎ Ejemplo

Simplifica $\dfrac{5}{2a} - \dfrac{a-2}{8a^2}$

Solución: El mínimo común denominador entre $2a$ y $8a^2$ es $8a^2$, ya que al multiplicar $2a$ por $4a$ lo obtenemos. Entonces la nueva sustracción es:

$$\begin{aligned}\frac{5}{2a} - \frac{a-2}{8a^2} &= \frac{4a}{4a} \times \frac{5}{2a} - \frac{a-2}{8a^2}\\ &= \frac{4a \cdot 5}{8a^2} - \frac{a-2}{8a^2}\end{aligned}$$

Ahora que las fracciones tienen igual denominador, restamos los numeradores teniendo especial cuidado con el signo menos.

$$\begin{aligned}\frac{4a \cdot 5}{8a^2} - \frac{a-2}{8a^2} &= \frac{20a - (a-2)}{8a^2}\\ &= \frac{20a - a + 2}{8a^2}\\ &= \frac{19a + 2}{8a^2}\end{aligned}$$

✍ Ejercicios 3

Simplifica las siguientes expresiones:

1. $\dfrac{x-2}{8} + \dfrac{9x+18}{6}$
2. $\dfrac{4}{a^2b} - \dfrac{10}{b^2a}$
3. $\dfrac{1}{4a+4} - \dfrac{1}{8a-8}$
4. $\dfrac{1-x}{x-4} + \dfrac{1}{x-3}$
5. $\dfrac{m-n}{m+n} - \dfrac{m+n}{m-n}$
6. $\dfrac{a}{a^2+ab} + \dfrac{1}{a+b}$
7. $\dfrac{a-2ax}{x-a} + \dfrac{2x-a}{a^2-x^2}$
8. $\dfrac{n}{m^2} + \dfrac{6}{mn} + \dfrac{8}{n}$
9. $\dfrac{2x-3}{3x} - \dfrac{3a+2}{10a}$
10. $\dfrac{x-y}{a} + \dfrac{x+y}{a^2x} - \dfrac{1}{x}$
11. $\dfrac{a-3b}{ab} - \dfrac{3m-2a}{am} - \dfrac{1}{b}$
12. $\dfrac{2}{x+1} + \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{x+5}{1-x^2}$
13. $\dfrac{a-1}{a-2} - \dfrac{a-2}{a+3} - \dfrac{1}{1-a}$
14. $\dfrac{1}{ax} - \dfrac{1}{a^2-ax} + \dfrac{1}{x}$

De modo general siempre podemos resolver la suma o resta de dos fracciones como:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

4.3. Multiplicación

Al igual que en la multiplicación de fracciones en aritmética, ésta se hace de forma horizontal, es decir, numerador por numerador y denominador por denominador. Veamos un ejemplo donde desarrollamos esta idea:

✎ ***Ejemplo***

Simplificar $\dfrac{2a^3}{3b} \times \dfrac{6b^2}{4a}$

Solución: Multiplicamos los numeradores, denominadores y luego simplificamos:

$$\begin{aligned} \frac{2a^3}{3b} \times \frac{6b^2}{4a} &= \frac{(2a^3)(6b^2)}{(3b)(4a)} \\ &= \frac{12a^2b}{12} \\ &= a^2b \end{aligned}$$

Es recomendable hacer todas las simplificaciones posibles y luego multiplicar.

De manera general, la multiplicación de dos fracciones es:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot c}$$

✍ ***Ejercicios*** *4*

Simplificar las siguientes multiplicaciones:

1. $\dfrac{4a}{3b^3} \times \dfrac{3b^3}{5a^2}$
2. $\dfrac{x^2y2}{9} \times \dfrac{18y^2}{4xy^4}$
3. $\dfrac{5}{a} \times \dfrac{3b}{10}$
4. $\dfrac{5x+25}{14} \times \dfrac{10x+10}{5x+50}$
5. $\dfrac{x-1}{x^2-1} \times \dfrac{x^2+2x+1}{x+1}$
6. $\dfrac{x^2y}{10} \times \dfrac{4y^3}{7m^3} \times \dfrac{14m^2}{5x^5}$
7. $\dfrac{2a-2}{2a^2-50} \times \dfrac{1-a}{a+1} \times \dfrac{a^2-4a-5}{3a+3}$

En algunos casos nos enfrentaremos con la necesidad de multiplicar expresiones **mixtas**. En tal situación es recomendable reducir las expresiones mixtas a fracciones y luego multiplicarlas. Veamos el ejemplo:

✎ ***Ejemplo***

Simplifica el resultado de $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b+1}\right)$

Solución: Primero escribimos las expresiones mixtas como una única fracción.

$$\begin{aligned}\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b+1}\right) &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{a(b+1)-a}{b+1}\right)\\ &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab+a-a}{b+1}\right)\\ &= \left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{b+1}\right)\end{aligned}$$

Ahora realizamos la multiplicación y simplificación.

$$\begin{aligned}\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{b+1}\right) &= \frac{(ab+a)ab}{b(b+1)}\\ &= \frac{(ab+a)a}{b+1}\\ &= \frac{a^2b+a^2}{b+1}\\ &= \frac{a^2(b+1)}{b+1}\\ &= a^2\end{aligned}$$

Veamos lo que sucede si en el ejercicio anterior hubiésemos factorizado y simplificado antes de multiplicar.

$$\begin{aligned}\left(\frac{ab+a}{b}\right)\left(\frac{ab}{(b+1)}\right) &= \left(\frac{a(b+1)}{b}\right)\left(\frac{ab}{(b+1)}\right)\\ &= \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{ab}{1}\right)\\ &= a^2\end{aligned}$$

✍ Ejercicios **5**

Simplifica las siguientes multiplicaciones:

1. $\left(1-\dfrac{x}{a+x}\right)\left(1+\dfrac{x}{a}\right)$
2. $\left(a+\dfrac{a}{b}\right)\left(\dfrac{a}{b}-a\right)$
3. $\left(x+2-\dfrac{12}{x+1}\right)\left(x-2+\dfrac{10-3x}{x+5}\right)$
4. $\left(1+\dfrac{x}{y}\right)\left(x-\dfrac{x^2}{x+y}\right)$
5. $\left(2+\dfrac{2}{x+2}\right)\left(1+\dfrac{2}{x}\right)$
6. $\left(a+3-\dfrac{5}{a-1}\right)\left(a-2+\dfrac{5}{a+4}\right)$

4.4. División

La división de dos fracciones puede entenderse como el producto entre el dividendo y el inverso multiplicativo del divisor. Por lo tanto después de escribir la división como producto del dividendo y el divisor invertido, sólo tenemos que usar todo lo visto para la multiplicación de expresiones algebraicas fraccionarias.

La división de $\dfrac{a}{b}$ y $\dfrac{c}{d}$ es:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

Las divisiones pueden entenderse como fracciones, entonces:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$$

*El **numerador del cociente** es la multiplicación de los extremos y, el **denominador del cociente** es el producto de los medios.*

Notemos que las fracciones y las divisiones son dos maneras de decir lo mismo, es decir, una fracción es la representación del cociente de dos cantidades y a su vez la división puede reescribirse como una fracción donde el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor. Aunque suene trivial esta relación es realmente importante considerarla siempre, ya que nos permite tener diferentes maneras de abordar un mismo problema.

✎ Ejemplo

1. *Simplificar* $\dfrac{5m^2}{7n^3}\div\dfrac{10m^4}{14an^4}$

   Solución: Reescribimos la división como multiplicación:

$$\frac{5m^2}{7n^3}\div\frac{10m^4}{14an^4}=\frac{5m^2}{7n^3}\cdot\frac{14an^4}{10m^4}$$

Ahora simplificamos y luego multiplicamos:

$$\begin{aligned}\frac{5m^2}{7n^3}\cdot\frac{14an^4}{10m^4} &= \frac{5m^2}{7n^3}\cdot\frac{14an^4}{10m^4}\\ &= \frac{m^2}{n^3}\cdot\frac{an^4}{m^4}\\ &= \frac{1}{1}\cdot\frac{an}{m^2}\\ &= \frac{an}{m^2}\end{aligned}$$

2. *Reduce la expresión* $\dfrac{ax^2+5}{4a^2-1}\div\dfrac{a^3x^2+5a^2}{2a-1}$

Solución: Debemos factorizar los numeradores y denominadores para poder simplificar

$$\begin{aligned}\frac{ax^2+5}{4a^2-1}\div\frac{a^3x^2+5a^2}{2a-1} &= \frac{ax^2+5}{4a^2-1}\cdot\frac{2a-1}{a^3x^2+5a^2}\\ &= \frac{ax^2+5}{(2a+1)(2a-1)}\cdot\frac{2a-1}{a^2(ax^2+5)}\\ &= \frac{1}{2a+1}\cdot\frac{1}{a^2}\\ &= \frac{1}{a^2(2a+1)}\end{aligned}$$

✍ *Ejercicios* ***6***

Simplifica las siguientes expresiones:

1. $\dfrac{4a^2}{3b^2}\div\dfrac{2ax}{9b^2}$
2. $\dfrac{3a^3b^2}{10x^2}\div\dfrac{a^2}{b^3}$
3. $\dfrac{x-1}{9}\div\dfrac{2x-2}{21}$
4. $\dfrac{1}{6a^2x^3}\div\dfrac{3}{ax^2}$
5. $\dfrac{1}{a^2-a-30}\div\dfrac{2}{a^2+a-42}$
6. $\dfrac{a^2-b^2}{x^2+2x+1}\div\dfrac{x+1}{a-b}$

Bibliografía

[1] Álgebra, *Edición 1983*, CODICE S.A. Madrid (1983)
Dr. Aurelio Baldor.

[2] Apuntes para la preparación de la PSU Matemática, *Segunda Edición, 2009, Pamela Paredes Núñez, Manuel Ramírez.*